

Un modelo para fotones libres en la perspectiva de Einstein

Estudiante de Maestría en Física:

Leonardo Calderón

Director:

Dr. Rafael Torres

Grupo de óptica y tratamiento de señales (GOTS)

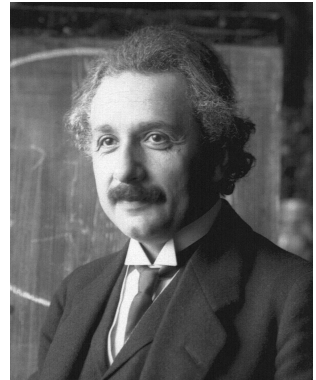
Escuela de Física - Facultad de Ciencias

Universidad Industrial de Santander

Bucaramanga - Noviembre 28 de 2014

Einstein: Cuantos de luz

- Cuantización de la luz a nivel fundamental.
- La energía asociada a la luz no está distribuida de manera continua en el espacio.
- Un rayo de luz consiste en un número finito de cuantos de energía localizados en el espacio que viajan sin fraccionarse.
- En la interacción con la materia son emitidos o absorbidos como entidades completas.



Relaciones de Einstein para el fotón

$$E = h\nu, \quad p = \hbar k$$

Tecnologías basadas en la generación y detección de Fotones individuales

- DNA sequencing
- Bioluminescence characterization
- Light detection and ranging for remote sensing
- Optical time-domain reflectometry
- Picosecond imaging circuit analysis
- Single-molecule spectroscopy
- Fluorescence lifetime measurements
- Diffuse optical tomography
- Positron emission tomography
- Single-photon metrology

Gran potencial en áreas de la física tales como:

- ▶ Información cuántica.
- ▶ Computación cuántica.
- ▶ Fundamentos de la mecánica cuántica.

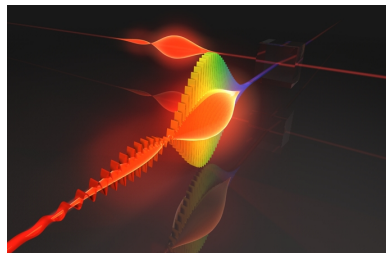
Un fotón individual representa la manifestación más elemental en la que se puede medir el campo electromagnético, lo cual permite realizar las mediciones más sensibles posibles en campos como: astrofísica, biología molecular, medicina, entre otras.

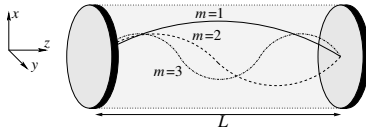
$QFT \rightarrow QED \rightarrow \text{Óptica cuántica}$

Óptica cuántica

Estudio de la interacción de fotones individuales, en el rango de longitudes de onda desde el infrarrojo al ultravioleta, con materia ordinaria –ej. átomos, moléculas, electrones de conducción, etc.– descrita por la mecánica cuántica no-relativista.

- Teoría cuántica de campos no relativista.
- Segunda cuantización.
- Fotón $\rightarrow$ Bosón de Gauge
(Masa=0, Espín=1) $\rightarrow$
Excitación de un modo
espacio-temporal del campo
electromagnético cuantizado.





$$\hat{E}(z, t) = \sum_{\ell} \mathcal{E}_{\ell}^{(1)} \left(e^{i2\pi(kz - \nu t)} \hat{a}_{\ell} - e^{-i2\pi(kz - \nu t)} \hat{a}_{\ell}^{\dagger} \right) \quad (1)$$

$$\ell \equiv (\kappa, s) \quad (2)$$

$$\hat{H}_{\ell} = h\nu_{\ell} \left(\hat{N}_{\ell} + \frac{1}{2} \right) \quad (3)$$

$$\hat{N}_{\ell} = \hat{a}_{\ell}^{\dagger}(t) \hat{a}_{\ell}(t) = \hat{a}_{\ell}^{\dagger}(0) \hat{a}_{\ell}(0) = \hat{a}_{\ell}^{\dagger} \hat{a}_{\ell} \quad (4)$$

$$\hat{N}_{\ell} |n_{\ell}\rangle = n_{\ell} |n_{\ell}\rangle \quad (5)$$

$$n_{\ell} = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

$$\langle n_i | n_j \rangle = \delta_{ij} \quad (7)$$

$$\hat{a}_\ell^\dagger |n_\ell\rangle = (n_\ell + 1)^{\frac{1}{2}} |n_\ell + 1\rangle \quad (8)$$

$$\hat{a}_\ell |n_\ell\rangle = n_\ell^{\frac{1}{2}} |n_\ell - 1\rangle \quad (9)$$

$$|n_\ell\rangle = \frac{(\hat{a}_\ell^\dagger)^{n_\ell}}{(n_\ell!)^{\frac{1}{2}}} |0_\ell\rangle \quad (10)$$

$$|n_1, n_2, \dots, n_\ell, \dots\rangle \equiv |\{n_\ell\}\rangle \quad (11)$$

$$\hat{H} = \sum_\ell \hat{H}_\ell \quad (12)$$

$$\hat{H} |\{n_\ell\}\rangle = E |\{n_\ell\}\rangle \quad (13)$$

- Fotones monocromáticos-ondas planas: $|1_\ell\rangle$
- Fotones policromáticos-ondas planas:

$$|1_p\rangle = \sum_{\ell} c_{\ell} |1_{\ell}\rangle , \quad (14)$$

$$\sum_{\ell} |c_{\ell}|^2 = 1 , \quad (15)$$

$$\hat{N} |1_p\rangle = 1 |1_p\rangle , \quad (16)$$

$$\hat{H} |1_p\rangle = h\bar{\nu} |1_p\rangle . \quad (17)$$

Albert Einstein (1954)

“All these fifty years of conscious brooding have brought me no nearer to the answer to the question, 'What are light quanta?' Nowadays every Tom, Dick and Harry thinks he knows it, but he is mistaken”

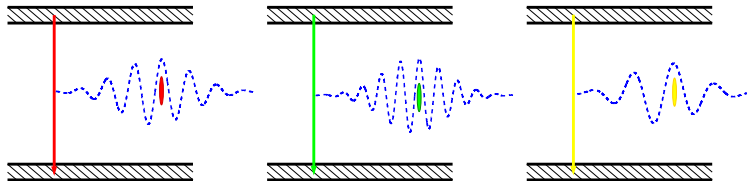
- Los fotones generados por fuentes de luz térmicas corresponden a fotones que son localizados, y además con una frecuencia definida.
- Los estados cuánticos asociados a fotones libres a través de la cuantización canónica no se ajustan a este tipo de fotones.
- Clásicamente, un campo electromagnético localizado se asocia a un paquete de ondas, el cual por evidentes razones está compuesto por múltiples frecuencias, es decir, un paquete de ondas es policromático.
- Por esta razón, los trabajos relacionados con la descripción del estado de un fotón localizado, están asociados con paquetes de ondas.

INCONVENIENTE

Dichos estados no tienen una frecuencia definida
(fotones policromáticos!!!)

Espectro de la fuente

- Se asumirá que el fotón es creado en un proceso de emisión espontánea en una transición entre dos niveles de energía $|a\rangle$ y $|b\rangle$.
- La transición entre los niveles $|a\rangle$ y $|b\rangle$ da lugar a una línea espectral de ancho espectral $\Delta\nu$ y a una densidad espectral de potencia $S(\nu)$ la cual está asociada con la probabilidad de emisión de un fotón de frecuencia ν .
- Cada vez que se da una transición en la fuente se emitirá un fotón cuya frecuencia debe corresponder a una de las frecuencias dentro de la banda que definen el ancho espectral.



Componentes espectrales virtuales

- Corresponden al conjunto de frecuencias con las cuales puede emitir la fuente de fotones.
- Este conjunto de frecuencias aportan a la forma espacio-temporal del estado vibracional de un fotón.
- Dado que cada componente espectral virtual corresponde a una función armónica en el tiempo, entonces, se les puede asociar una regla de cuantización de la forma usual como en el caso de un oscilador armónico.

Relación portadora-envolvente

$$\psi(t) = \int_{\mathbb{R}} \varphi(\nu) e^{i2\pi\nu t} d\nu, \quad (18)$$

$$\psi(t) = a(t) e^{i\Phi(t)}, \quad (19)$$

$$\Phi(t) = \phi(t; \tilde{\nu}) + 2\pi\tilde{\nu}t + \phi_{0;\tilde{\nu}}, \quad (20)$$

$$\psi(t) = \tilde{A}(t) e^{i2\pi\tilde{\nu}t} e^{\phi_{0;\tilde{\nu}}}, \quad (21)$$

en donde $\tilde{A}(t) = a(t) e^{i\phi(t;\tilde{\nu})}$ corresponde a la amplitud compleja. La escogencia de la portadora asociada con la frecuencia $\tilde{\nu}$, está asociada a una envolvente cuyas oscilaciones son mínimas, respecto a todas las otras posibles.

$$|\psi\rangle = |\xi(t), e^{i2\pi\nu't}, e^{i\phi_0}\rangle , \quad (22)$$

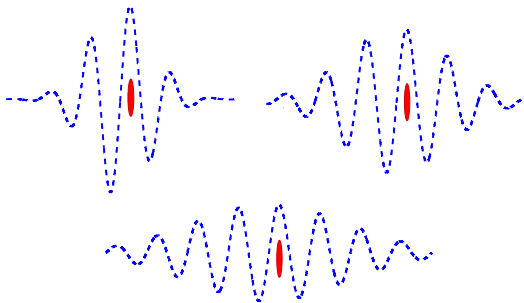
$$|\psi\rangle = \int \hat{b}^\dagger(\nu) d\nu |0\rangle = \int \varphi(\nu) \hat{a}^\dagger(\nu) d\nu |0\rangle , \quad (23)$$

$$\varphi(\nu) = \varphi(\nu)' * \delta(\nu - \nu') , \quad (24)$$

$$\hat{a}^\dagger(\nu) = \hat{a}^\dagger(\nu) e^{i2\pi\nu t} , \quad (25)$$

$$|\psi\rangle = \int (\varphi(\nu)' \hat{a}^\dagger(\nu) e^{i2\pi\nu t} d\nu) e^{i2\pi\nu't} |0\rangle . \quad (26)$$

- De manera fundamental el aporte de las componentes espectrales al espectro de emisión de una fuente de fotones fluctúa de manera aleatoria en el tiempo.
- De esta forma, se puede dar el caso en el que un fotón de frecuencia emitido en diferentes tiempos por la misma fuente puede poseer un envolvente diferente.



$$|\psi\rangle = |\xi(t), e^{i2\pi\nu't}, e^{i\phi_0}\rangle \quad (27)$$

$$|\psi\rangle = \int \hat{b}^\dagger(\nu) d\nu |0\rangle = \hat{A} |0\rangle \quad (28)$$

$$\hat{H} |\psi\rangle = h\nu' \left(\hat{A}^\dagger \hat{A} + \frac{1}{2} \right) |\psi\rangle \quad (29)$$